ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 29 MARS 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'approximation des fonctions de grands nombres*. Note de M. **Maurice Hamy**.

Les théories exposées dans mon Mémoire sur l'approximation des fonctions de grands nombres ([1]) se prêtent, dans des circonstances qui se présentent souvent dans les applications, à la formation du développement asymptotique de l'intégrale

$$I = \int f(z)\, \varphi^n(z)\, dz,$$

où n désigne un nombre positif élevé. Cependant, comme l'expression du terme général ne peut être obtenue d'ordinaire, par suite de complications insurmontables, il faut se contenter d'évaluer un à un les premiers termes qui suffisent d'ailleurs, le plus souvent, aux besoins des calculs numériques.

De nouvelles recherches sur la diffraction ([2]) dans les instruments astronomiques, que je poursuis actuellement, m'ont amené à examiner de très près le cas particulier où la fonction $\varphi(z)$ se réduit à l'exponentielle E^{iz} ou à E^{-iz}, E désignant la base des logarithmes népériens. La loi de succession des termes du développement asymptotique se présente alors sous forme simple. Il me paraît utile de donner quelques indications à cet égard.

([1]) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1908.

([2]) Voir, à ce sujet, *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1917 et 1920.

Sans entrer dans le détail des démonstrations, je me bornerai à indiquer une propriété générale de l'intégrale I, qui joue un rôle essentiel dans l'étude de la question. Elle se rapporte au cas où $|\varphi(z)| < |\varphi(a)|$, tout le long du contour d'intégration, a désignant une valeur particulière de z, prise en dehors de ce contour. Dans cette hypothèse, q désignant un nombre positif fixe, d'ailleurs aussi grand que l'on veut, l'expression $n^q \frac{I}{\varphi^n_{(a)}}$ tend vers zéro, lorsque n augmente indéfiniment, sous les restrictions suivantes : 1° la fonction $\varphi(z)$ est finie, le long du contour; 2° si $f(z)$ devient infinie le long du contour, pour $z = c$, on peut trouver un nombre γ, compris entre o et 1, tel que $|(z-c)^\gamma f(z)|$ ne dépasse pas un nombre fixe, lorsque z tend vers c; 3° si le contour s'étend à l'infini, on admet qu'il existe deux nombres positifs p et r tels que $\left|\frac{1}{z^p} f(z)\right|$ et $|z^r \varphi(z)|$ n'augmentent pas indéfiniment, lorsque la variable z s'éloigne à l'infini, sur le chemin d'intégration.

Considérons maintenant l'intégrale

$$J_1 = \int f(z)\, E^{inz}\, dz. \tag{1}$$

Supposons d'abord que le contour d'intégration parte du point $z = a$ et que les ordonnées des autres points de ce contour soient supérieures à celle de a. Ce que nous allons dire s'applique, même si ce contour s'étend à l'infini, à condition que son ordonnée soit alors infinie. On doit exclure le cas où le contour tendrait vers une asymptote parallèle à l'axe des abscisses et située à distance finie.

La fonction $f(z)$ satisfaisant, le long du contour, aux conditions énoncées ci-dessus, à propos de l'intégrale I, admettons que l'on puisse poser, dans le voisinage du point a,

$$f(z) = A_1(z-a)^{\alpha_1} + \ldots + A_p(z-a)^{\alpha_p} + (z-a)^{\alpha}\psi(z), \tag{2}$$

$\psi(z)$ étant une fonction analytique finie, dans le voisinage du point a, les exposants des binomes obéissant d'ailleurs aux inégalités

$$-1 < \alpha_1 < \alpha_2 \ldots < \alpha_p < \alpha. \tag{3}$$

Dans ces conditions, si les coefficients A sont calculés de façon que les déterminations des binomes correspondent au plus petit argument positif de $z - a$, le long du contour, on peut écrire

$$J_1 = A_1 K_1 + A_2 K_2 + \ldots + A_p K_p + K, \tag{4}$$

en faisant

$$(5)\qquad K_p = \frac{E^{\left(\alpha_p+1\right)\frac{\pi}{2}}}{n^{\alpha_p+1}} E^{ina}\Gamma(\alpha_p+1),$$

Γ désignant la fonction eulérienne de seconde espèce et le terme complémentaire K étant tel que le produit

$$n^{\alpha+1}E^{-ina}K$$

reste fini, lorsque n augmente indéfiniment.

Supposons en second lieu : 1° que le point a ne soit pas sur le contour d'intégration et que les ordonnées des extrémités C et D de ce chemin soient supérieures à l'ordonnée de a; 2° qu'on ne puisse déformer le contour jusqu'à le faire coïncider avec la corde CD, sans rencontrer le point a; 3° qu'en allant de C en D, en suivant le contour, la variable d'intégration z tourne, dans le sens direct, autour du point a; 4° qu'on puisse tracer un chemin CaD, passant par le point a, dont tous les points possèdent des ordonnées supérieures à celle de a et qui serait équivalent au contour donné si $z = a$ n'était pas un point singulier de $f(z)$. Admettons d'autre part que, dans le voisinage de a, la fonction $f(z)$ puisse se mettre sous la forme

$$(6)\qquad f(z) = \chi(z) + B_1(z-a)^{\beta_1} + \ldots + B_p(z-a)^{\beta_p} + (z-a)^{\beta}\psi(z),$$

$\chi(z)$ étant une fonction holomorphe dans le voisinage de a, $\psi(z)$ une fonction analytique finie, dans le voisinage de a, $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p, \beta$ désignant des exposants quelconques, vérifiant les inégalités $\beta_1 < \beta_2, \ldots, < \beta_p < \beta$, β étant seul assujetti à être supérieur à -1 [1]. Dans ces conditions, on a

$$(7)\qquad J_1 = B_1H_1 + B_2H_2 + \ldots + B_pH_p + H,$$

en faisant

$$(8)\qquad H_p = \frac{2\pi}{\Gamma(-\beta_p)}\frac{1}{n^{\beta_p+1}} E^{i\left(na-\beta_p\frac{\pi}{2}\right)},$$

le terme complémentaire H étant tel que le produit

$$n^{\beta+1}E^{-ina}H$$

reste fini, lorsque n augmente indéfiniment. Cette expression de J_1 suppose

---

[1] La fonction χ comprenant seulement des termes à exposants entiers et positifs, quand on la développe suivant les puissances de $z - a$, on peut supposer tous les β non entiers positifs. D'ailleurs s'il en était autrement, les termes correspondants, dans le développement (7), seraient nuls, d'après la formule (8).

essentiellement les coefficients B du développement (6) calculés de façon que l'argument de $z - a$, choisi le long du contour, soit nul au point ayant même ordonnée que a, avec une abscisse supérieure.

L'intégrale

$$J_2 = \int f(z)\, E^{-inz}\, dz$$

jouit de propriétés analogues, lorsque le contour d'intégration est convenablement disposé par rapport au point a.

Supposons d'abord que le contour parte du point a et, de plus, que les ordonnées de tous ses autres points soient inférieures à celle de a. Si la fonction $f(z)$ peut se mettre sous la forme (2), dans le voisinage de a, on a

$$(9) \qquad J_2 = A_1 M_1 + A_2 M_2 + \ldots + A_p M_p + M,$$

en faisant

$$(10) \qquad M_p = \frac{E^{-i(\alpha_p+1)\frac{\pi}{2}}}{n^{\alpha_p+1}} E^{-ina}\, \Gamma(\alpha_p + 1),$$

le produit

$$E^{ina}\, n^{\alpha+1} M$$

restant d'ailleurs fini, lorsque n augmente indéfiniment. Cette expression suppose les coefficients A du développement (2) calculés de façon que l'argument de $z - a$, choisi le long du contour, possède sa plus petite valeur absolue.

Supposons, en second lieu : 1° que le point a ne fasse pas partie du contour d'intégration et que les ordonnées de ses extrémités C et D soient inférieures à l'ordonnée de a; 2° que ce contour ne puisse être déformé, de façon à venir coïncider avec la corde CD, sans rencontrer le point a; 3° qu'en allant de C en D, en suivant le contour, la variable d'intégration tourne dans le sens direct autour du point a; 4° que l'on puisse tracer un chemin CaD, passant par le point a, dont tous les autres points possèdent des ordonnées inférieures à celle de a et qui serait équivalent au contour donné, si $z = a$ n'était pas un point singulier de $f(z)$. Dans ces conditions, lorsque la fonction $f(z)$ peut être mise sous la forme (6), dans le voisinage de a, on a

$$(11) \qquad J_2 = B_1 N_1 + B_2 N_2 + \ldots + B_p N_p + N,$$

en faisant

$$(12) \qquad N_p = -\frac{2\pi}{\Gamma(-\beta_p)} \frac{1}{n^{\beta_p+1}} E^{-i\left(na - \beta_p \frac{\pi}{2}\right)},$$

le produit

$$E^{ina} n^{\beta+1} N$$

restant d'ailleurs fini, lorsque n augmente indéfiniment.

Les formules (4) et (9) sont des cas particuliers d'expressions plus générales qui correspondent au cas où le développement (2) de $f(z)$ doit être remplacé par le suivant :

$$f(z) = A'_1(z-a)^{\alpha_1} L^{q_1}(z-a) + \ldots + A'_p(z-a)^{\alpha_p} L^{q_p}(z-a) + (z-a)^{\alpha} L^{q}(z-a)\psi((z),$$

$q_1, q_2, \ldots, q_p, q$ étant des entiers positifs. Dans cette hypothèse, la formule (4) doit être remplacée par la suivante :

$$J_1 = A'_1 K'_1 + A'_2 K'_2 + \ldots + A_p K'_p + K',$$

en posant

$$K'_p = \frac{d^{q_p}}{d\alpha_p^{q_p}} \frac{E^{i(\alpha_p+1)\frac{\pi}{2}}}{n^{\alpha_p+1}} E^{ina} \Gamma(\alpha_p + 1);$$

le produit $n^{\alpha+1} E^{-ina} L^{-q} n K'$ restant d'ailleurs fini lorsque n augmente indéfiniment.

D'autre part, en appelant M'_p ce que devient K'_p, quand on change i en $-i$, dans les exponentielles qui y figurent, on a de même, au lieu de la formule (9),

$$J_2 = A'_1 M'_1 + A'_2 M'_2 + \ldots + A_p M'_p + M',$$

le produit $n^{\alpha+1} E^{ina} L^{-q} n M'$ restant fini lorsque n augmente indéfiniment.

De même, les formules (7) et (11) rentrent dans d'autres plus générales que l'on obtient lorsque le développement de $f(z)$, dans le voisinage de a, a la forme

$$f(z) = \chi(z) + B_1(z-a)^{\beta_1} \operatorname{Log}^{q_1}(z-a) + \ldots + B_p(z-a)^{\beta_p} L^{q_p}(z-a) + (z-a)^{\beta} L^{q}(z-a)\psi(z),$$

les fonctions $\chi(z)$ et $\psi(z)$, les β et les q ayant les significations déjà indiquées ci-dessus, sauf que les β peuvent avoir des valeurs entières positives lorsque les q correspondants ne sont pas nuls. Dans ces conditions, en posant

$$H'_p = \frac{d^{q_p}}{d\beta_p^{q_p}} \frac{2\pi}{\Gamma(-\beta_p)} \frac{1}{n^{\beta_p+1}} E^{i\left(na - \beta_p \frac{\pi}{2}\right)},$$

la formule (7) doit être remplacée par la suivante :

$$J_1 = B_1 H'_1 + \ldots + B_p H'_p + H',$$

le produit $n^{\beta+1}E^{-ina}L^{-q}nH'$ restant fini, lorsque n augmente indéfiniment, si β n'est pas entier positif. Lorsque β est entier positif, en même temps que q n'est pas nul, c'est le produit $n^{\beta+1}E^{ina}L^{-q+1}nH'$ qui reste fini, lorsque n augmente indéfiniment.

D'autre part, en appelant N'_p ce que devient $-H'_p$, quand on change i en $-i$ dans l'exponentielle qui y figure, la formule (11) doit être remplacée par la suivante :

$$J_2 = B_1 N'_1 + \ldots + B_p N'_p + N',$$

le produit $n^{\beta+1}E^{ina}L^{-q+1}nN'$ ou $n^{\beta+1}E^{ina}L^{-q}nN'$, suivant que β est ou non entier et positif, restant fini lorsque n augmente indéfiniment.

Les théorèmes énoncés, dans la présente Note, donnent lieu à de nombreuses applications relatives aux intégrales dont les éléments différentiels contiennent en facteur $\sin nz$ ou $\cos nz$.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge des formations à lignite de l'île de Majorque.* Note de MM. **C. Depéret** et **P. Fallot.**

On connaissait à Majorque deux formations à lignite, l'une oligocène aux abords de Sineu, dans la partie centrale de l'île, l'autre, d'âge discuté, au pied méridional de la Cordillière, entre Binisalem et Selva.

Des recherches récentes effectuées en divers points des montagnes et la reprise d'anciennes exploitations durant la guerre permettent maintenant d'établir, par les documents paléontologiques qu'elles ont mis à jour, que les lignites de la grande Baléare appartiennent à l'Oligocène pour les grands bassins du Sud de la chaîne et au Burdigalien quant aux traces charbonneuses découvertes au nord de l'île aux abords de Puigpunent et au nord du Puig Mayor.

A. *Lignites oligocènes :* 1° *Bande de Binisalem-Selva.* — Les formations à lignites dites de Binisalem et de Selva s'étendent sur environ 20^{km} de long, entre Alaro-Conseil et Selva, au pied sud de la Sierra de Majorque. Elles appartiennent à l'élément tectonique supérieur (série IV) de cette chaîne et s'enfoncent au Sud sous les alluvions quaternaires [1].

Accompagnées de Gastropodes d'espèces et même de genres spéciaux, elles furent successivement attribuées au Crétacé supérieur (Marès, 1865)

---

[1] P. Fallot, *Observations sur les phénomènes de charriage du centre de la Sierra de Majorque* (*Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 739).

et à l'Éocène inférieur (Hermite, 1879; Vidal, 1879). En 1899, l'un de nous, étudiant la série paléontologique des grands Bulimes éocènes, était amené à rajeunir beaucoup l'âge du *Bulimus Bouvyi* Haime de cet horizon et à le rapporter à l'Oligocène (1). Enfin, en 1917, M. L.-M. Vidal (2), après avoir décrit à nouveau cette faune et y avoir mentionné la présence du genre *Lychnus*, conclut à son âge Garumnien.

Cependant le caractère de la faune de Mollusques, qui comprend de grands *Melanoïdes* voisins des espèces oligocènes et miocènes, et un *Melanopsis* (*M. Molinai* Vidal) probablement identique au *M. acrolepta* Font., de l'Oligocène du bassin d'Alais, pouvait déjà faire présumer l'âge notablement plus récent de cette formation ligniteuse.

La découverte de Mammifères fossiles dans les mines de Selva est venue démontrer l'âge oligocène des lignites de cette bande. M. Gaspar Pol, de Binisalem, a eu l'amabilité de donner récemment à l'un de nous deux molaires supérieures de *Plagiolophus Fraasi*, recueillies à la base des lignites de Can Miray (Selva) sous les couches calcaires à *Melanoïdes Pachecoi* Vidal. Dans le but de s'assurer si ces Mammifères provenaient réellement de cette localité, un jeune géologue espagnol, M. Gomez Llueca, a bien voulu, sur notre désir, se rendre à Majorque et a pu rapporter de la mine elle-même d'autres dents de *Plagiolophus* de la même espèce, ainsi qu'un fragment de *Trionyx*. Enfin il a vu entre les mains de M. Ramis, à Palma, une mandibule qui, d'après la photographie rapportée par M. Gomez, appartient sûrement au même *Plagiolophus*.

Descriptions. — Les pièces à notre disposition sont : deux molaires supérieures m^1 et m^3 isolées, plus un fragment avec $m^2 — m^3$ en place. La disposition oblique des deux collines internes dont la postérieure pousse un repli d'émail presque jusqu'au contact de la colline antérieure, la présence de cément, l'absence de bourrelet basilaire interne sont des caractères du genre *Plagiolophus* et le distinguent des *Palæotherium*. Pour la mandibule nous avons deux fragments des deux branches portant m^1 et m^2 en place.

On voit sur ces dents l'absence de soudure des deux demi-croissants et le tubercule, placé en arrière de la couronne, qui caractérisent les *Plagiolophus*.

Les dimensions de ces molaires (m^2 d'en haut et d'en bas 20^{mm}) indiquent une grosse espèce ne pouvant être comparée qu'au seul *Plagiolophus Fraasi* v. Meyer, caractéristique de l'Oligocène. On connaît cette espèce depuis le Sannoisien (Célas) et on la suit dans les molasses stampiennes inférieures de l'Agenais ainsi que dans le

(1) C. Depéret, *Bull. Soc. géol. France*, 3e série, t. 27, p. 702-703.

(2) L.-M. Vidal, *Edad geologica de los lignitos de Selva y Binisalem* (*Mem. real Soc. esp. Hist. nat.*, t. 10, n° 7).

Stampien marin de Klein Blauen (Jura bernois), par des mutations de taille graduellement croissantes qui aboutissent aux grandes formes des phosphorites nommées par Filhol *Plagiolophus Javali*.

Il résulte de ces faits paléontologiques que les lignites de Selva-Binisalem peuvent appartenir soit au Sannoisien, soit au Stampien inférieur. La stratigraphie confirme cette détermination d'âge, en nous montrant dans la région de Binisalem la superposition constante, à l'horizon ligniteux, des grès et calcaires à *Nummulites intermedius* qui représentent la partie moyenne et peut être aussi supérieure du même étage Stampien.

Si donc le mauvais état de conservation des Mollusques contenus dans les couches à lignite n'a pas provoqué d'erreur au sujet des coquilles attribuées au genre *Lychnus*, il faudra conclure à la survivance très imprévue, jusqu'à l'Oligocène, de ce genre de Gastropodes considérés auparavant comme cantonnés dans les dépôts d'âge Garumnien.

Le manque de bons fossiles ne permet pas de préciser si les lignites de la mine Josefina, exploités aux abords d'Alcudia, dans une imbrication tectonique qui les met en contact avec des grès miocènes à Clypéastres, appartiennent à cette formation. Par contre, il semble que les couches de Santa Ponza, à *Melanoïdes Pachecoi*, et celles du sud du Puig Antio (Andraitx), où l'un de nous a recueilli une *Glandina* voisine des *Gl. Vialai* du Ludien et *G. inflata* de l'Oligocène, représentent, dans la série II, sous les calcaires à *Nummulites intermedius*, un prolongement stérile des couches de Binisalem.

2° *Traces ligniteuses des abords de Andraitx.* — M. Vidal a signalé en 1905 [1] à Cala Blanca (Andraitx) des formations marines à lignite d'un caractère littoral que la présence de *Natica crassatina*, *Potamides plicatus*, *P. rhodanicus*, lui fait attribuer à la base du Stampien. Ces dépôts, les grès et poudingues qui les surmontent ainsi que les calcaires à *N. intermedius* qui sont dans leur voisinage, appartiennent au bord sud-ouest de la seconde série charriée à l'intérieur de la Cordillère.

3° *Lignites de Sineu.* — Contemporainement à ce régime marin du nord-ouest de l'île, se sont formés à 55^{km} à l'est de Cala-Blanca, au sud-est des écailles les plus méridionales de la chaîne, les lignites stampiens de Sineu à *Anthracotherium* et *Amphitragulus* cf. *gracilis*, dont l'attribution à l'Oligocène est aussi due au savant catalan.

M. Gomez Llueca nous a rapporté récemment d'une visite aux mines de Sineu de

---

(1) Vidal, *Note sur l'Oligocène de Majorque* (*Bull. Soc. géol.*, t. 5, 1905, p. 651).

beaux débris d'*Anthracotherium* : un fragment de mâchoire supérieure avec m^1 et m^2, un astragale, une extrémité de métapode médian, etc., qui confirment les observations de M. Vidal.

L'*Anthracotherium* de Sineu est une forme de taille inférieure aux grands *Anthracotherium magnum* du Stampien supérieur et se rapproche bien davantage des *Anthracotherium* de taille moyenne des phosphorites, que Filhol figure sous le nom erroné d'*A. alsaticum* Cuv. Cette dernière espèce encore mal connue est une mutation de petite taille qui caractérise l'étage sannoisien (Lobsann). On doit plutôt rapprocher l'animal de Sineu des *formes de taille moyenne* assez répandues dans les molasses de l'Agenais (Itier, Villebramar), c'est-à-dire dans la partie inférieure de l'étage stampien.

D'après cette détermination, l'*Anthracotherium* de Sineu peut être désigné comme *A. magnum* mut. asc. de taille faible, et les lignites qui le contiennent sont attribuables au *Stampien inférieur*, niveau dans lequel on constate habituellement l'association de ces *Anthracotherium* moyens avec *Plagiolophus Fraasi*.

Il est donc possible, on pourrait dire probable, que le niveau géologique des lignites de Sineu soit le même que celui des lignites de Selva, mais ces derniers pourraient à la rigueur représenter un horizon un peu plus ancien, quoique certainement très peu distant.

B. *Lignites Burdigaliens.* — On a tenté à Son Cotoner et à Son Serralta, près Puigpuñent, d'exploiter des lignites d'excellente qualité par des galeries qui traversent les dolomies du Trias avant d'atteindre le niveau charbonneux. Ce Trias représente la base de la série II charriée par-dessus la série I. L'allure des couches, la présence d'une *Melania* du groupe de *M. tuberculata* et d'un Planorbe écrasés dans des lignites, trop broyés pour être utilisables industriellement, montrent que ceux-ci doivent être considérés comme faisant partie de l'ensemble des couches néogènes qui apparaissent à 100^m ou 200^m de la mine à la faveur de la fenêtre de Puigpuñent.

Nous savons depuis 1914 que ces dépôts se relient aux couches burdigaliennes à *Pecten præscabriusculus* de S. Valenti (¹).

C'est aussi du Burdigalien qu'il faut sans doute rapprocher les couches marines où, entre Es Clot et Es Cullet, au nord du Puig Mayor, dans une écaille signalée en 1920 (²), les Majorcains ont tenté d'exploiter de minces et improductives lentilles de lignite. Ces couches de combustible, situées à 30^{km} au nord-est des précédentes, passent vers le haut à des grès renfermant *Turritella turris*, *Lucina miocenica*, *Lutraria sanna*. Ceux-ci sup-

(¹) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 645.

(²) P. Fallot, *Observations sur les phénomènes de charriage du centre de la Cordillière de Majorque* (*Ann. Univ. Grenoble*, 1920, pl. I, coupe 3).

portent des couches à plantes pétries de petits *Sphærium*. A 400^{m} plus au Nord-Est, cette coupe se complète vers le haut par des calcaires à Amphistégines sur lesquels repose le Trias de Puig Mayor (série III).

Conclusions générales. — Des faits qui précèdent on peut déduire d'intéressants aperçus sur l'histoire paléogéographique des Baléares et, d'une manière plus large, de la partie nord de la Méditerranée occidentale.

Pendant toute la période éocène, le géosynclinal nummulitique devait passer (nappes dépliées) à 100^{km} environ au sud-est de la côte de Majorque, où l'on ne trouve de calcaires à grandes Nummulites que dans les nappes les plus méridionales de l'île (Darder, *Estratigrafia de la Sierra de Levante*). La grande Baléare était donc exondée à l'époque éocène, et il en était probablement de même d'Ibiza et de Minorque. C'est seulement dans les premiers temps de l'Oligocène que la mer à *Natica crassatina* venant du Sud-Ouest envahit la région d'Andraitx ([1]), tandis que les régions du centre et de l'est de Majorque se couvrent de lagunes avec formation de lignites (Selva, Sineu, etc.) où la présence des *Plagiolophus*, des *Anthracotherium* et des *Amphitragulus* atteste l'existence de larges communications avec les terres européennes.

On peut inférer de ces observations l'existence sur toute la région du golfe du Lion d'un continent éocène et oligocène relié à l'Espagne, à la France et peut être au massif corso-sarde : le massif côtier catalan à l'Ouest, l'extrémité orientale des Pyrénées et des Corbières, le Languedoc et la vallée du Rhône, la Provence et enfin la partie cristalline de la Corse et de la Sardaigne représentent les débris de ce continent qui englobait aussi les Baléares, tandis que la Méditerranée était rejetée au sud dans son bassin méridional.

Il est remarquable en effet qu'il n'existe sur toute l'étendue des côtes méditerranéennes espagnoles et françaises, depuis Valence jusqu'à Nice, aucune trace de dépôts marins éocènes ni stampiens; ces terrains n'y sont représentés partout que par des formations lacustres ou à peine saumâtres. Il est vrai que le golfe éocène des Corbières s'approche très près de la région méditerranéenne auprès de Narbonne, mais les travaux de M. Doncieux ont montré qu'il s'agissait là d'un fond de golfe fermé à l'Est et communiquant seulement avec l'Atlantique. De même le golfe éocène sud

([1]) Nous savons maintenant que cette transgression stampienne inférieure s'est étendue sur une notable partie de la Meseta espagnole, dans la province de Cuenca et dans la vallée du Tage jusqu'à Tolède.

pyrénéen s'avançait jusqu'à Gérone, mais n'atteignait pas la Méditerranée et ne communiquait aussi qu'avec l'Atlantique. La mer éocène qui atteignait Alicante faisait par le Sud le tour des Baléares et de la Sardaigne pour remonter au Nord par Nice dans le synclinal alpin. Ainsi s'explique l'absence d'Éocène et d'Oligocène marin dans toute la vaste région qui entoure le golfe du Lion et la très intéressante migration des animaux terrestres oligocènes découverts dans les lignites de la grande Baléare.

L'attaque de cette grande terre baléarique commence avec le Stampien supérieur par la transgression des couches marines à *Nummulites intermedius* qui recouvrent les dépôts ligniteux de Sineu et de Selva pour atteindre la région de la Cordillère nord de Majorque.

Mais c'est seulement au début du Miocène que ce continent s'effondre en laissant quelques lambeaux accrochés à la côte européenne. Un bras de mer important s'établit entre Majorque et la péninsule espagnole, se prolongeant dans le Languedoc et le bassin du Rhône. La majeure partie de Majorque est submergée, sauf quelques îlots sur les bords desquels se forment, dans des conditions littorales, les lignites burdigaliens de Puigpunent et de Es Cullet bientôt recouverts à leur tour par la transgression marine, et dont l'emplacement coïncide avec les zones où vont s'exercer les actions orogéniques les plus violentes.

MÉTROLOGIE. — *L'adoption obligatoire du Système métrique par l'Empire du Japon.* Note de M. **Ch.-Éd. Guillaume.**

Un télégramme de M. Shirio Kikkawa, directeur du Bureau des Poids et Mesures de Tokyo, vient d'apporter la nouvelle de la sanction, donnée par le Parlement japonais, à la loi rendant obligatoire l'emploi du Système métrique.

L'importance de cet événement, très grande en elle-même, s'accroît de ses répercussions sur l'expansion du Système métrique en Extrême-Orient d'abord, puis dans le reste du monde.

Dans l'Orient asiatique, il est vrai, des dispositions législatives ont préparé, dans ces dernières années, un accroissement considérable dans l'emploi des unités métriques, que les gouvernements s'efforcent de rendre effectif. Le travail est poussé systématiquement, de façon à assurer une expansion graduelle, évitant à la fois les heurts et les retours en arrière.

Au Japon même, le Système métrique est devenu légal le 1er janvier 1893,

en même temps que les valeurs des anciennes unités japonaises, le *shaku* et le *kwan*, étaient fixées respectivement à $\frac{10}{33}$ de mètre et à $\frac{15}{4}$ de kilogramme. La division était décimale. Dans la suite, une série de modifications à la loi et la promulgation de règlements gradués ont assuré l'accoutumance aux mesures métriques, jusqu'au moment, venu aujourd'hui, où l'obligation pût être réalisée.

En Chine, la loi du 29 août 1908 a ramené à des valeurs déterminées des unités restées jusque-là variables suivant les lieux et les métiers. Le *tche* et le *leang* ont été fixés à 32^{cm} et à $37^g,301$. Les équivalents métriques sont inscrits dans la loi; la subdivision est entièrement décimale.

Un projet de loi soumis en 1913, au Parlement de Pékin, prévoit l'adoption complète et obligatoire du Système métrique; un programme de préparation et d'adoptions partielles annexé à la loi aboutit, dans la dixième année, à l'emploi obligatoire.

Au Siam, enfin, une loi de l'année 1912 a prévu l'emploi obligatoire du Système métrique, avec expansion graduelle, d'une province à l'autre, suivant les possibilités de l'équipement en instruments et étalons.

On voit donc que, dans tout l'Extrême-Orient, l'adoption définitive du Système métrique est décidée en principe; les délais de réalisation n'excéderont sûrement pas quelques années.

D'un autre côté, la Chambre des Représentants des États-Unis a été saisie, le 29 décembre 1920, d'un projet de loi, élaboré par M. Britten, et tendant à rendre obligatoire l'emploi du Système métrique dans le commerce au bout de 10 années. Or les adversaires de la réforme ont toujours considéré comme l'un de leurs meilleurs arguments le fait que les mesures du Système anglo-saxon étaient admises, en Chine, au Japon et au Siam, sur un pied de quasi-égalité avec les mesures locales. La promulgation de la nouvelle loi japonaise renverse le sens de cet argument.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Union internationale de la Chimie pure et appliquée. *Statuts et Règlements.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur certaines surfaces hyperelliptiques singulières.* Note de M. C.-E. **Traynard**, présentée par M. Appell.

J'ai donné dans une Note précédente un exemple de surface du quatrième degré ayant pour coordonnées quatre fonctions intermédiaires singulières. Voici d'autres exemples qui m'ont paru intéressants.

Je prends $n=3$, $k=0$, $m=1$, $\Delta=12$. Pour $p=2$, $q=0$, il y a quatre fonctions intermédiaires impaires nulles pour 16 demi-périodes. La surface correspondante a 32 droites; c'est un cas particulier de celle que j'ai obtenue avec les quatre fonctions thêta impaires d'ordre 6 et de diviseur 3 ([1]).

Pour $p=1$, $q=1$ et pour 12 caractéristiques particulières, il existe une fonction de chaque parité s'annulant pour 8 demi-périodes; ces 24 fonctions sont les équations d'autant de coniques. Pour $p=1$, $q=-1$, on obtient de même 24 coniques qui, associées aux précédentes, donnent 24 sections planes décomposées en deux coniques.

Je prends maintenant $n=2$, $k=0$, $m=1$, $\Delta=8$. Pour $p=2$, $q=0$, il y a six fonctions paires qui ne s'annulent pour aucune demi-période; en leur donnant 2 demi-périodes comme zéros doubles, la surface obtenue est du quatrième degré avec 14 points doubles partagés en deux triplets de 3 points en ligne droite et deux quaternes de 4 points dans un plan. C'est un cas particulier de la surface que j'ai étudiée dans ma Thèse ([2]) et je renvoie à cette étude pour ce qui concerne le choix des demi-périodes et les propriétés de la surface.

Ici encore il existe deux plans particuliers au cas actuel qui coupent la surface suivant deux coniques : pour $p=1$, $q=1$, il y a pour deux caractéristiques particulières une fonction nulle pour 6 demi-périodes parmi lesquelles les deux zéros doubles; chacune de ces deux fonctions donne une conique; pour $p=1$, $q=-1$, les résultats sont les mêmes et ces quatre coniques s'associent pour constituer deux sections planes. Les points doubles qui sont ainsi situés dans un même plan comprennent pour chaque groupe un point de chaque triplet et un point de chaque quaterne.

Enfin je prends $n=2$, $k=1$, $m=1$, $\Delta=9$. C'est le cas elliptique; pour $p=2$, $q=0$, il y a de même une surface du quatrième degré à quatorze points doubles. La particularité est ici que deux plans passant par

---

([1]) *Thèse*, p. 72.

([2]) *Ibid.*, p. 52.

trois points doubles, un point d'un triplet et un point de chaque quaterne coupent la surface suivant deux coniques dont le quatrième point d'intersection est sur une des coniques unicursales singulières.

En résumant ces divers exemples, on voit que les surfaces hyperelliptiques obtenues avec les fonctions thêta relatives au Tableau T_n admettent des particularisations définies par les fonctions intermédiaires singulières sous la forme de surfaces de même aspect géométrique, mais soumises à une condition supplémentaire qui correspond à la relation singulière entre les périodes. On peut dire, comme dans le cas du diviseur I, que ces conditions sont la traduction géométrique de l'équation modulaire correspondant à la relation singulière. Il paraît possible d'arriver à cette équation elle-même dans certains cas particuliers. Ce sera l'objet de recherches ultérieures.

MÉCANIQUE. — *Sur les déterminations optiques des résistances de roulement d'un plan rouleur.* Note de M. **Jules Andrade**.

I. On possède aujourd'hui deux méthodes pour la détermination rapide et précise des frottements de glissement : 1° la méthode *dynamique* fondée sur l'inscription photographique de vibrations très sensiblement pendulaires rapidement amorties par un frottement constant; 2° la méthode de la pesée du frottement, fondée sur la transmission de celui-ci à une balance appropriée.

En ce qui concerne le frottement de roulement, on ne possède encore qu'une méthode purement dynamique, rapide mais coûteuse.

Je me propose dans cette Note de préciser des variantes expérimentales capables de faciliter les *mesures précises du roulement;* ces variantes sont parfois exigées par des *circonstances de construction du laboratoire où doit opérer l'expérimentateur*.

La précision peut être ici obtenue soit par la grandeur des organes roulants, soit par un recul optique de l'image focale photographiée du déplacement linéaire qui doit finalement mesurer les variations de l'amplitude angulaire de la roue.

Mais les grandes roues pendulaires, aussi bien pour la mesure des efforts de glissement que pour la mesure des efforts de roulement, exigent jusqu'à ce jour un laboratoire établi sur un terre-plein cimenté et de robustes supports.

Un laboratoire sur étage ne se prête donc pas à cette méthode, mais en revanche un atelier de petite mécanique, même étagé, peut se prêter fort bien soit à la pesée directe du frottement de glissement, soit à la mesure optique, avec des organes mécaniques mobiles de dimensions très modérées. Mais la même facilité se dérobait pour la détermination expérimentale des roulements que j'ai indiquée l'année dernière par l'emploi d'une forte couronne cylindrique intérieurement supportée par un cylindre transverse fixe et par la photographie directe du mouvement circulaire du centre de cette couronne; il est nécessaire ici de s'adresser à une méthode purement optique d'amplification; mais le mouvement épicycloïdal de roulement ne permet pas d'employer la méthode du miroir et il fallait tourner cet obstacle. On y réussit de la manière suivante.

II. Que l'organe mécanique roulant sur le support cylindrique fixe soit une couronne ou qu'il soit un simple plan, associons solidairement à cet organe un collimateur de dimensions modérées. Comme l'organe rouleur lui-même, le foyer de ce collimateur est constitué par une ampoule d'une pile sèche portée par l'organe pendulaire éclairant un trou circulaire de petit diamètre; ce collimateur réduit *associe ainsi à l'organe roulant un faisceau cylindrique de rayon lumineux* perpendiculaires à l'axe fixe du cylindre-support.

De plus, disposons ce collimateur de manière que le rayon central du faisceau cylindrique rencontre *à très peu près* l'axe fixe du même cylindre-support.

Par contre, le même axe fixe doit, *avec une très grande précision*, contenir sur son prolongement *le foyer* de l'objectif d'une lunette photographique, et couper l'axe optique de cette même lunette *à angle droit*.

La plaque photographique glisse d'un mouvement assez lent d'un mouvement de translation parallèle à l'axe du support cylindrique de la couronne roulante.

Avec une distance focale de 3^{m}, l'image focale du faisceau cylindrique solidaire de la couronne roulante traduira un roulement de 1 degré de la couronne par un déplacement linéaire photographié de plus de 5^{cm}; la photographie mesurée au comparateur permettra donc la comparaison des résistances de roulement au vingt-millième près, avec des extinctions du mouvement après une dizaine d'oscillations et mesure de la réduction de la semi-amplitude en 6 ou 8 oscillations.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur le mouvement du pendule à suspension élastique.* Note [1] de M. **Paul Le Rolland**, présentée par M. Bigourdan.

Dans une Note précédente [2], j'ai décrit des expériences sur les variations de la durée d'oscillation en fonction de l'amplitude, produites par la lame de suspension du pendule. Je me propose de montrer que cet effet ne peut s'expliquer à partir de la théorie ordinaire de la flexion.

Soit O le point d'encastrement de la lame dans le support, pris comme origine des coordonnées; l'axe Oy est vertical et passe par le centre de gravité du pendule au repos et par le plan de la lame, l'axe Ox est horizontal. Le système est défini par les coordonnées a, b, du point A, d'encastrement de la lame dans le pendule et par l'angle θ que l'axe du pendule fait avec la verticale.

Sur le ressort, agissent en A les forces X, Y et le couple C. Soient x, y les coordonnées d'un point quelconque m du ressort, s la longueur de l'arc Om de ce ressort, l sa longueur totale et φ l'angle de sa tangente en m avec la verticale. La théorie de la flexion donne la relation

$$\mu \frac{d\varphi}{ds} = \mathrm{X}(b-y) - \mathrm{Y}(a-x) + \mathrm{C},$$

μ étant le moment d'élasticité de la lame.

En dérivant cette équation par rapport à s et remplaçant $\frac{dx}{ds}$ par $\sin\varphi$ et $\frac{dy}{ds}$ par $\cos\varphi$, il vient

$$\mu \frac{d^2\varphi}{ds^2} = -\mathrm{X}\cos\varphi + \mathrm{Y}\sin\varphi. \tag{1}$$

1° *Oscillations de très petite amplitude.* — Si l'on fait dans l'équation précédente $\sin\varphi = 0$ et $\cos\varphi = 1$, on l'intègre facilement; en exprimant alors X, Y et C en fonction des paramètres a, b, θ, et en éliminant les deux premiers dans les équations du mouvement, on aboutit à l'équation suivante :

$$\frac{\mathrm{M}\rho^2}{g}\left(l - \frac{2}{\omega}\,\mathrm{th}\,\frac{1}{2}\omega l\right)\frac{d^4\theta}{dt^4} + \left[\mathrm{I} + \mathrm{M}hl + \frac{\mu}{g}(\omega l \coth \omega l - 1)\right]\frac{d^2\theta}{dt^2} + (\mathrm{M}gh + \mu\omega \coth \omega l)\theta = 0, \tag{2}$$

[1] Séance du 21 mars 1921.

[2] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 664.

M est la masse du pendule, I son moment d'inertie par rapport au point d'encastrement inférieur de la lame, ρ son rayon de gyration et h la distance du centre de gravité à la lame.

On pose

$$\omega = \sqrt{\frac{Mg}{\mu}}.$$

La discussion de cette équation montre :

1° Que le mouvement se compose d'une oscillation harmonique principale à laquelle se superpose une oscillation en général beaucoup plus rapide, mais qui, de ce fait même, s'amortit très vite par suite du frottement intérieur du métal et de la résistance de l'air.

2° Que tout se passe, au point de vue géométrique, comme si le système tournait autour d'un point fixe (centre d'oscillation) situé toujours plus haut que le milieu de la lame. $\Big($Dans le cas des régulateurs ordinaires, la distance λ du point d'encastrement inférieur de la lame au centre d'oscillation est sensiblement donné par la formule $\lambda = l - \frac{1}{\omega}\,\mathrm{th}\,\frac{1}{2}\omega l.\Big)$

En fixant à la tige du pendule un index rectiligne, et vertical dans la position de repos, j'ai vérifié expérimentalement l'existence du centre d'oscillation et l'exactitude de la formule donnant λ, dans les conditions les plus variées.

Avec un pendule de 2^{kg}, battant la seconde, et une lame d'acier de $2^{cm},52$ de longueur, 2^{cm} de largeur, $0^{mm},20$ d'épaisseur, on trouve par le calcul et l'expérience

$$\lambda = 1^{cm},51.$$

L'influence de la lame sur la durée d'oscillation (par rapport à celle d'un fil sans force élastique) est de l'ordre de $\frac{1}{100}$. Dans ce cas, les deux effets, raccourcissement de la longueur du pendule et addition d'un couple proportionuel à l'écart qui s'ajoutent pour diminuer la durée d'oscillation, sont du même ordre de grandeur.

2° *Influence de l'amplitude.* — L'accord entre la théorie et l'expérience cesse quand on examine l'effet de la lame aux grands arcs d'oscillation. Nous ne pouvons développer ici les calculs qui sont très longs, si l'on se propose de traiter le problème dans sa généralité.

En appliquant les méthodes d'approximation et de variation des constantes, on arrive à montrer que lorsque la vibration rapide dont nous parlons plus haut $\left(\text{de période } \frac{2\pi}{\beta}\right)$ et qui se superpose à l'oscillation principale $\left(\text{de période } \frac{2\pi}{\alpha}\right)$ s'est évanouie par suite des frottements,

on a

$$(3)\quad \theta = \theta_0 \cos\alpha t + \frac{1}{U\alpha^2(\alpha^2-\beta^2)}\left(\sin\alpha t\int_0^t F\cos\alpha t\,dt - \cos\alpha t\int_0^t F\sin\alpha t\,dt\right),$$

en posant

$$U = \frac{M\rho^2}{g}\left(l - \frac{2}{\omega}\,\mathrm{th}\,\frac{1}{2}\omega l\right),$$

et F étant une expression de la forme

$$F = M\theta.\theta_0^2 + N\theta^3.$$

La variation ΔT de la durée d'oscillation $T = \frac{2\pi}{\alpha}$, déduite de (3), est

$$\Delta T = \frac{1}{U\alpha^2(\beta^2-\alpha^2)\theta_0}\int_0^T F\cos\alpha t\,dt.$$

La discussion de cette expression conduit aux résultats suivants : on retrouve l'effet ordinaire des grands arcs d'oscillation sur la durée (erreur circulaire) et il s'y ajoute un terme dû à la lame :

1° Si la lame est très courte, ce terme est nul.

2° Si la lame est très longue, ce qui est le cas dans une série de mes expériences, on trouve

$$\Delta T = \frac{\theta_0^2}{16}T\left(1 - \frac{7}{64}\,\frac{1}{L\omega}\right),$$

L étant la longueur du pendule simple synchrone.

3° Dans le cas des lames habituellement employées et si ρ est petit par rapport à L, on arrive à

$$\Delta T = \frac{\theta_0^2}{16}T\left(1 - \frac{2\lambda - l}{L}\right).$$

Quelles que soient les conditions expérimentales, l'action de la lame aux grands arcs d'oscillation ne doit ajouter qu'un terme petit à l'erreur circulaire ordinaire.

C'est un résultat auquel était déjà arrivé Bessel, mais dans un cas particulier seulement.

Or l'expérience donne de tout autres conclusions : l'effet de la lame peut atteindre l'ordre de grandeur de l'erreur circulaire et la compenser grossièrement; d'autre part, plus la lame est courte plus son effet est considérable.

SPECTROSCOPIE. — *Sur quelques spectres d'étincelle dans l'ultraviolet extrême.* Note (¹) de MM. **Léon** et **Eugène Bloch**, présentée par M. E. Bouty.

Le spectre du zinc nous a paru convenable pour fournir des repères de longueurs d'onde dans la région de Schumann et nous l'avons utilisé pour mesurer les spectres de nombreux métaux, tels que le plomb, le cadmium, le fer, le cobalt, l'or et le platine.

I. *Zinc.* — Avant de passer aux spectres du cadmium et du plomb, nous redonnons ici le spectre du zinc entre 1850 et 1450 U. A., tel qu'il résulte de nos mesures les plus récentes. Les clichés étudiés ont été obtenus avec une fente plus fine que précédemment, de sorte qu'un certain nombre de raies, regardées d'abord comme simples, se trouvent résolues. De plus nous avons mesuré une certaine quantité de raies faibles qui appartiennent également au zinc, un doute restant possible pour quatre ou cinq d'entre elles, indiquées comme très faibles. Nous profitons de l'occasion pour rectifier quelques fautes de transcription qui se sont glissées dans notre première publication (²).

Zinc.

Intensité.	λ.	Observations.	Intensité.	λ.	Observations.
3	1839,0		3	1706,7	
3	1833,2		1	1695,3	
2	1824,1		3	1688,6	
1	1816,2		7	1673,2	
2	1810,6		3	1651,9	
1	1801,7		4	1644,9	
2	1796,9		5	1639,4	
2	1790,2		5	1629,2	
1	1782,1	très faible	4	1622,4	
3	1767,6		3	1619,5	
1	1762,2		1	1617,7	
2	1753,7		1	1614,4	très faible
4	1749,4		1	1611,8	
2	1735,7		1	1608,7	
1	1719,1		1	1606,2	

(¹) Séance du 21 mars 1921.

(²) On comparera la liste ci-jointe avec celle qui a été publiée après la nôtre par Sawyer (*Astroph. Jour.*, t. 52, 1920, p. 286). Notre liste, beaucoup moins étendue que celle de Sawyer, paraît plus complète et mieux définie dans la région qui nous intéresse.

Intensité.	λ.	Observations.	Intensité.	λ.	Observations.
1	1603,3		3	1515,9	
3	1600,9		1	1510,5	très faible
3	1598,5		1	1508,8	
1	1595,1	diffuse	3	1506,1	
1	1592,6		4	1500,6	
2	1589,7	large diffuse	4	1499,5	
1	1586,6		2	1491,3	
2	1582,2		2	1486,4	
6	1581,5		1	1479,0	
1	1577,5	très diffuse	2	1477,5	
2	1573,1		4	1473,9	
1	1569,4		1	1466,1	
2	1562,6		2	1464,5	
3	1560,9	carbone?	1	1460,0	très faible
1	1555,9		3	1457,3	
2	1552,7		2	1451,3	
4	1552,2		1	1445,4	
1	1547,1	diffuse	1	1443,2	très faible
1	1535,4				

II. *Cadmium*. — Nous avons fait connaître dans une précédente Note quelques-unes des raies d'étincelle du cadmium entre 1850 et 1600 U. A. Depuis nous avons obtenu des clichés plus riches et plus étendus, qui comportent une centaine de raies entre 1850 et 1420 U. A.

Cadmium.

Intensité.	λ.	Observations.	Intensité.	λ.	Observations.
4	1844,9		4	1707,2	
1	1838,5		1	1702,5	double?
1	1823,9		1	1699,3	très faible
1	1808,2		1	1687,6	diff. double
1	1801,3	faible	3	1678,6	
3	1793,3		2	1671,2	
3	1789,0		1	1667,2	
2	1781,1		1	1661,2	très faible
3	1773,1		3	1656,1	orig. incert.
3	1768,8		3	1652,3	
1	1763,6	diff. très faible	2	1648,6	
1	1755,2		3	1628,6	
5	1747,7		2	1625,5	
1	1739,6	très faible	2	1623,2	
1	1736,1	très faible	1	1621,4	très faible
3	1721,7		1	1619,6	très faible

Intensité.	λ.	Observations.
1	1612,8	diffuse
1	1609,3	diffuse
3	1606,6	
4	1601,5	
1	1600,3	
1	1599,5	
2	1598,6	
1	1597,3	diffuse
1	1594,8	très faible
3	1582,5	
1	1578,4	diffuse
1	1575,0	
3	1573,1	
1	1571,3	
3	1570,3	
3	1569,1	
2	1566,2	
3	1560,8	
1	1557,6	très faible
2	1556,6	
1	1555,4	
2	1552,2	
2	1547,3	
1	1545,9	double?
1	1542,1	
1	1540,6	très faible
1	1538,6	
1	1534,0	très faible, douteux
2	1532,2	
2	1529,3	
3	1528,4	
2	1526,2	
1	1525,0	
2	1523,5	
1	1515,3	
1	1513,6	
4	1512,7	
2	1510,7	
1	1508,8	
2	1506,0	
2	1502,4	
3	1501,2	
1	1495,4	très faible
2	1491,1	
1	1486,2	
2	1482,4	
1	1478,9	
1	1477,7	
1	1475,7	
2	1471,6	
1	1470,8	
1	1469,4	très faible
3	1468,5	
2	1466,5	très diffuse
2	1456,0	
2	1453,0	
2	1447,8	
2	1446,0	
1	1443,1	très faible
1	1441,6	très faible
1	1440,3	très faible
1	1429,5	
1	1427,4	
1	1425,3	
2	1420,4	
2	1418,5	
1	1415,9	

III. *Plomb.* — Le spectre d'étincelle du plomb comporte trois ou quatre doublets qui semblent également présents dans le spectre d'arc. Notre liste contient deux ou trois raies nouvelles par rapport à celle qu'a donnée Mac Lennan [1].

Plomb.

Intensité.	λ.
10	1821,7
10	1796,3
1	1726,5
2	1710,9
4	1682,1
4	1671,6
3	1553,2
3	1439,7
3	1434,4
2	1406,5

[1] *Proc. Roy. Soc.*, t. 98, 1920, p. 107.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les spectres corpusculaires. Lois de l'émission photo-électrique pour les hautes fréquences.* Note de M. **Maurice de Broglie**, présentée par M. E. Bouty.

La confrontation des résultats numériques expérimentaux que j'ai obtenus sur divers éléments allant du nombre atomique 29 au nombre atomique 70 (cuivre, strontium, molybdène, rhodium, argent, antimoine, étain, iode, baryum, ytterbium), avec les considérations exposées ici dans une Note récente (¹), me permet aujourd'hui de décrire ainsi les phénomènes observés et d'énoncer les règles suivantes :

En éclairant avec un faisceau X de fréquence ν un certain radiateur A, dont les anneaux de Bohr correspondent aux travaux d'extraction W_K, W_L, W_M, etc. pour la sortie des électrons, on observe une série de raies corpusculaires ayant pour quanta :

$$h\nu - W_K, \quad h\nu - W_L, \quad h\nu - W_M, \quad \ldots,$$

si la fréquence ν est supérieure à la fréquence K; par exemple, un radiateur de cuivre éclairé par un tube à anticathode de rhodium, donnant d'une façon intense les raies de ce métal, présente un spectre corpusculaire magnétique de vitesses comprenant quatre raies qui correspondent à :

$$\nu_{\alpha K}\,(\text{rhodium}) - W_K\,(\text{cuivre}), \quad \nu_{\beta K}\,(\text{rhodium}) - W_K\,(\text{cuivre}),$$
$$\nu_{\alpha K}\,(\text{rhodium}) - W_L\,(\text{cuivre}), \quad \nu_{\beta K}\,(\text{rhodium}) - W_L\,(\text{cuivre}).$$

La valeur de W_L est prise égale au quantum de la raie β_5 du spectre L dans les éléments pour lesquels cette discontinuité n'a pas été mesurée directement.

Le radiateur A donne aussi des raies de fluorescence qui fournissent des raies corpusculaires en suivant la même règle que précédemment; mais ici, au lieu de quatre raies, on n'en observera que trois distinctes, parce que l'écart en fréquence des raies α et β de la série K est précisément égal au décalage $W_L - W_M$.

Les raies corpusculaires correspondant aux raies de rayons X du faisceau incident ont l'aspect de bandes à bord net du côté des grandes énergies, quand leur fréquence est élevée (platine, tungstène); elles ont l'aspect de raies, larges et diffuses d'un côté, quand elles sont moins pénétrantes (rhodium).

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 746.

On peut, au radiateur A, superposer un autre radiateur mince A′ et observer alors les décalages correspondant aux discontinuités K′, L′, M′ du radiateur A′.

Ces considérations me paraissent expliquer qualitativement et quantitativement avec l'approximation des expériences, toutes les apparences observées sauf une : celle qui consiste en la présence d'une bande d'émission corpusculaire à bord assez net du côté des faibles énergies, et débutant aux environs du quantum de la bande d'absorption K des rayons X.

Le procédé précédent permet d'étudier les discontinuités critiques des rayons X *indépendamment des réseaux cristallins;* c'est-à-dire qu'il n'est pas borné, dans son application, à une limite supérieure pour les longueurs d'onde.

PHYSIQUE. — *Sur l'éclat de l'étincelle électrique.* Note de M. L. Bull, présentée par M. Charles Richet.

La photométrie de l'étincelle électrique ne peut être faite à l'aide des méthodes usuelles en raison de sa courte durée. Et comme d'autre part cette source de lumière n'est guère utilisée que pour des besoins photographiques, nous avons adopté pour cette mesure une méthode photométrique purement photographique, de sorte que c'est la valeur actinique de la radiation totale de l'étincelle, par rapport à celle d'une source connue, que nous avons cherché à établir.

Ces déterminations ont été faites sur des étincelles de $1^{mm},5$ de long, produites par la décharge entre des pointes en aluminium, d'une capacité de 0,0005 microfarad. Ces étincelles, qui suffisent pour les besoins de la photographie instantanée et la cinématographie, se présentent sous la forme d'un simple petit trait lumineux et ne sont pas, comme les étincelles plus énergiques, entourées d'une auréole.

La source de comparaison était un arc au charbon de 12 ampères.

La méthode photométrique que nous avons employée consiste à projeter côte à côte sur une surface sensible, au moyen de deux systèmes optiques identiques en verre, deux plages de comparaison, formées chacune par une des sources. Le rapport de la durée de l'étincelle à la durée de la pose nécessaire avec l'arc pour produire le même noircissement de la surface sensible est en raison inverse des intensités par unité de surface des deux sources.

La mesure directe de la durée de l'éclairement efficace de l'étincelle, en photographiant celle-ci dans le miroir tournant, est impossible à faire avec

grande précision. La luminosité des oscillations électriques qui suivent la décharge initiale est relativement faible et rapidement décroissante, de sorte que la durée de l'éclairement efficace est inférieure à la durée totale de l'étincelle. Étant donné cette difficulté d'appréciation nous avons pris la durée totale comme base de nos déterminations. Pour les étincelles en question, cette durée, mesurée au moyen du miroir tournant, est de $\frac{1}{5000000}$ de seconde.

Le temps nécessaire à l'arc pour produire le même noircissement photographique qu'une seule étincelle est d'environ $\frac{1}{30000}$ de seconde. Le rapport des intensités des deux sources est donc 5000000 : 30000, ce qui permet de conclure que l'éclat actinique de l'étincelle électrique est au moins 160 fois celui de l'arc, ou 16 fois celui du Soleil, en admettant pour ce dernier la valeur indiquée dans les traités classiques de 10 fois celle de l'arc.

OPTIQUE. — *Appareil projetant, en salle éclairée, tout objet sur écran de* 3^{m} *de côté avec* 3 *ampères*. Note de M. **Dussaud**, présentée par M. Branly.

Poursuivant mes recherches antérieures, j'ai pu construire de nouveaux appareils qui donnent, avec une aération extrêmement satisfaisante, une utilisation inespérée de lumière.

Le maximum de rendement lumineux a été obtenu avec des condensateurs à une ou plusieurs lentilles dont j'ai calculé le foyer en rapport avec celui des réflecteurs à l'arrière de la source lumineuse, de manière à le rendre aussi court que possible (5^{cm} dans certains cas). De cette façon, toute la lumière de la source est concentrée par réflexion sur l'objet à éclairer.

Mes systèmes optiques réalisent les conditions de précision et de rendement des microscopes et constituent des microscopes collectifs.

Avec des lampes à incandescence électrique $\frac{1}{2}$ watt, il suffit de 3 ampères sous 110 volts (quantité minimum de courant fournie par les Compagnies) pour projeter les objets avec leurs formes, leurs couleurs, leurs reliefs, leurs mouvements, les dimensions de la projection pouvant atteindre 9$^{m^2}$ soit sur un écran, soit sur toute surface verticale, horizontale, oblique, sur laquelle on désire les voir apparaître.

L'emploi de mes appareils est facile, leur volume et leur poids réduits permettent de les tenir à la main dans toutes les positions. Dans tout appartement, une douille de lampe électrique ordinaire peut servir de

prise de courant. Aucun réglage n'est nécessaire et l'on peut opérer en salle éclairée.

Le maximum d'aération a été obtenu par triple circulation d'air autour de la lampe, du système optique, et de l'objet projeté, dont la température ne s'élève pas au-dessus de 25° après un quart d'heure de projection. L'objet est placé sur le socle de l'appareil qui constitue une table de laboratoire éclairée dont les dimensions sont à volonté de $6^{cm} \times 6^{cm}$, $12^{cm} \times 12^{cm}$, $24^{cm} \times 24^{cm}$; toute expérience faite ou tout dessin tracé sur cette table seront projetés au fur et à mesure de leur exécution.

Sur cette même table de laboratoire, illuminée par la source éclairante, viennent se présenter tour à tour des illustrations ou des textes que portent des bobines, des albums pliants ou des supports isolés, qu'entraînent des mécanismes appropriés.

Avec deux appareils munis de rhéostats, on obtient des vues fondantes d'objets ou d'images opaques comme avec des clichés de verre.

Mes appareils peuvent être utilisés dans les circonstances les plus diverses.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une méthode d'enregistrement par photographie des réactions chimiques accompagnées d'une variation de pression.* Note [1] de M. **Pierre Jolibois**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Le galvanomètre double de MM. Le Chatelier et Saladin permet d'enregistrer par photographie les points critiques des alliages métalliques en dirigeant respectivement sur chacun des galvanomètres qui constituent l'appareil : 1° un courant proportionnel à la température de l'échantillon; 2° un courant proportionnel à la différence entre la température de l'échantillon et celle d'un corps qui ne subit pas de transformations dans l'intervalle étudié.

J'ai cherché à étendre l'emploi de cet instrument et à l'adapter à l'étude de certaines réactions. Dans ce but je me suis adressé aux réactions qui s'effectuent avec un dégagement gazeux amenant une variation de pression.

Le problème consistait à traduire une pression en courant électrique d'une intensité propre à actionner un galvanomètre afin d'obtenir la courbe qui relie la température et la pression. J'y suis parvenu de la manière suivante.

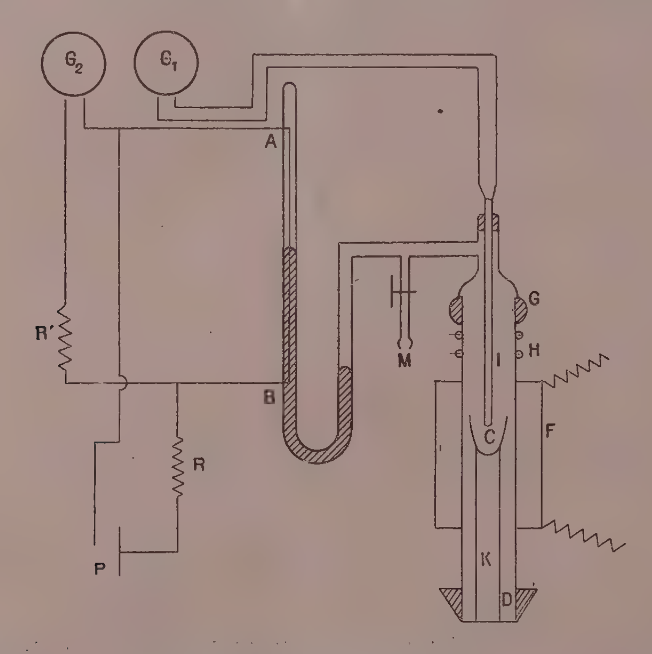
L'appareil dans lequel s'effectue la réaction est en communication avec un manomètre à mercure. Dans la branche barométrique AB de ce dernier

---

(1) Séance du 21 mars 1921.

est tendu un fil de platine fin, $\frac{1}{10}$ de millimètre environ, d'un diamètre bien régulier, de 50^{cm} de longueur. Ce fil est constamment parcouru par un courant électrique et le galvanomètre qui doit enregistrer la pression est en dérivation aux bornes A et B du fil.

Lorsque le mercure monte dans la branche AB, la longueur du fil parcourue par le courant diminue ainsi que l'intensité du courant dans le



galvanomètre G_2. Un calcul simple montre que le courant est sensiblement proportionnel à la longueur du fil extérieure au mercure quand les résistances R et R' sont grandes par rapport à celle du fil. Nous avons pris comme valeur de ces résistances $R = 4 \times 10^3 \Omega$, $R' = 150 \Omega$. (La résistance des galvanomètres est de l'ordre de 50Ω.) La force électromotrice P nous a été fournie par un élément Daniell et s'est montrée très suffisamment constante pendant la durée d'une expérience.

Graduation de l'appareil. — Le galvanomètre qui donne les températures est gradué à la manière habituelle en enregistrant des températures de fusion et d'ébullition connues. Le galvanomètre G_2 a été gradué expérimentalement en mesurant au cathétomètre la différence de niveau du mercure et en faisant décrire au point lumineux un trait à pression constante et à température variable. J'ai pris de la sorte plusieurs points; la longueur lue sur le cliché fut, à moins de 1 pour 100 près, proportionnelle à la pression.

Dispositif de chauffage. — J'ai disposé la matière à étudier dans un creuset C formé

d'une substance appropriée. Le creuset est placé au moyen d'un tube K au centre d'un tube de porcelaine vernissée chauffé électriquement par un four F. A la partie supérieure du tube de porcelaine, on mastique une pièce de verre G donnant passage à un tube I en silice fondue transparente destiné à contenir la pince thermo-électrique. Le mastiquage est refroidi éventuellement par un courant d'eau H. La partie inférieure du tube est fermée par un creuset de porcelaine D au fond duquel on introduit les réactifs absorbants qui peuvent faciliter l'étude de la réaction (P^2O^5 dans le cas de la réduction d'un oxyde par l'hydrogène).

Une soudure latérale M permet de faire le vide dans l'appareil ou d'y introduire les gaz nécessaires à l'expérience.

Usages de l'appareil. — Cet appareil permet d'enregistrer en une seule opération la tension de vapeur d'un corps, la tension de dissociation d'un composé. En adjoignant une horloge qui interrompt périodiquement le faisceau lumineux du galvanomètre double, le temps est inscrit sur les clichés. On peut ainsi comparer les vitesses de réactions et mesurer, pour une vitesse d'échauffement donnée, la température à laquelle une réaction prend une vitesse appréciable (température de réduction par l'hydrogène, par l'oxyde de carbone, réduction d'oxydes par le charbon, etc.). De plus, quand dans une réaction il se forme plusieurs composés, les accidents de la courbe peuvent, dans certains cas, permettre d'en prévoir le nombre.

Ce dispositif qui permet d'enregistrer les pressions en fonction des températures peut encore être généralisé. J'ai établi un appareil qui permet d'enregistrer le temps sur un des galvanomètres par un principe analogue fondé sur l'emploi d'un vase de Mariotte et d'un fil de platine dont on fait varier la longueur électriquement utile. On conçoit que chaque fois qu'on sait traduire électriquement un phénomène, le galvanomètre double en permet l'enregistrement. C'est ainsi que la conductibilité électrique des électrolytes, des alliages peut être enregistrée en fonction d'autres grandeurs. Une généralisation présentant une grande importance résulterait de la découverte d'un dispositif simple qui permettrait de traduire une masse en courant électrique.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie et la géographie physique de la dépression du Rio Guadiato (Sierra Morena, Espagne).* Note de M. **Henry Joly**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Rio Guadiato occupe une dépression d'une dizaine de kilomètres de largeur qui coupe obliquement, suivant une direction ONO-ESE, la chaîne

de la Sierra Morena. Un voyage récent dans cette région m'a permis d'étudier les causes de cette dépression : elles doivent être recherchées dans la constitution tectonique de la région ainsi que dans la nature pétrographique des sédiments qui viennent affleurer à la surface du sol, grâce, précisément, à cette structure tectonique. On peut d'ailleurs expliquer aussi bien la géographie physique de l'ensemble de la vallée du Guadiato que celle des détails particuliers et pittoresques qui mouvementent sa dépression.

De Fuenteovejuna jusqu'à quelques kilomètres à l'est de la station d'Algondiguilla, le Guadiato coule, en suivant la direction des plissements hercyniens orientés ESE-ONO, sur des affleurements dévoniens et carbonifères. Puis, jusqu'à son confluent dans le Guadalquivir, il traverse le massif siluro-cambrien de la Sierra de los Santos, et abandonne la direction hercynienne et la dépression. Celle-ci se continue suivant les plis, mais considérablement atténuée.

La nature pétrographique des sédiments suffirait presque seule à motiver cette orientation du cours du Guadiato; en effet, cette rivière occupe un synclinal de Dévonien et de Carbonifère à assises peu résistantes, appuyé au Nord et au Sud sur des massifs montagneux de Siluro-cambrien à faciès de phyllades, micaschistes et quartzites. Le changement de cours vers le Sud que le Guadiato effectue quand, à quelques kilomètres à l'est de la station d'Algondiguilla, il entre dans le massif siluro-cambrien, s'explique par le changement de faciès important présenté par les sédiments houillers de l'Est à l'Ouest. En effet, le Carbonifère est constitué en gros, dans la région d'Espiel, à la base par une série puissante de conglomérats et de grès avec quelques rares couches de schiste et de houille, et, au sommet, par une série assez puissante de macignos et de calcaires que surmontent des schistes argileux.

Mais, plus on se dirige à l'Est, plus s'accuse le caractère détritique et grossier des sédiments, par conséquent plus s'accroît leur capacité de résistance à l'érosion; au contraire, à l'ouest d'Espiel, les assises deviennent schisteuses et puissantes. Aux environs de Belmez et jusque Peñarroya et Fuenteovejuna, c'est une plaine très peu ondulée contrastant d'une façon frappante avec les montagnes qui la limitent au Nord et au Sud, que forment les affleurements carbonifères auxquels s'ajoutent, au Sud, ceux du Dévonien, lui aussi en majeure partie schisteux.

Au milieu de cette plaine, se trouvent, extraordinairement alignés, des pitons élevés et abrupts, de calcaire carbonifère, à strates inclinées vers le

Nord, et qui forment trois massifs très pittoresques avec leurs murailles blanches tranchant sur l'aspect sombre des autres montagnes; ces trois massifs sont : la *Sierra de Castillo* au sud d'Espiel, la *Sierra Palacios* près de Cabeza de Vaca et le *Piton de Belmez.*

Près de Villanueva del Rey, se remarque une curieuse avancée dans la plaine, de la montagne silurienne du Sud, avancée qui semble en relation avec une croupe silurienne allongée, isolée entre Villanueva del Rey et la station d'Espiel, sur la rive Sud du Guadiato. Puis, plus à l'Est encore, on remarque une nouvelle croupe de même aspect et de même âge, le *Cerro Cabello,* allongé dans la direction hercynienne; enfin, le Cerro Cabello est suivi d'un massif montagneux rectiligne, qui se dirige vers l'Est.

Or le vaste synclinal de Dévonien et de Carbonifère dont on a parlé est, en réalité, un synclinal (composé de plusieurs plis et d'une faille de décrochement) couché vers le Nord et écrasé au Sud sous le recouvrement de deux lames de charriage superposées, la première, la plus inférieure, étant constituée par du Dévonien charrié sur le Carbonifère; la seconde, par du Siluro-cambrien charrié lui-même sur le Dévonien.

La présence des divers pitons de calcaire carbonifère où de croupes de Silurien s'éclaire maintenant d'une manière parfaite : les croupes de Silurien sont des lambeaux de la 2e nappe de charriage, posés sur le Dévonien ou sur le Houiller, et les trois pitons calcaires sont les restes, les témoins, sinon de la nappe dévonienne elle-même, du moins d'un lambeau de poussée de cette nappe. Le tout rappelle donc la disposition classique des klippes, et c'est leur nature exotique qui, jointe à leurs caractères pétrographiques, a permis à ces massifs isolés de rester en relief.

Il ne reste plus maintenant qu'un mot à dire sur le prolongement de la dépression dévonienne et carboniférienne à l'est de Villaharta :

Entre Castillo de la mano de hierro et la vallée du Guadalbarbo au Nord et à l'Est, s'étend une région sauvage et montagneuse dans laquelle on distingue nettement une vaste plaine basse, fortement modelée cependant par l'érosion, où règne un substratum dévonien et, la limitant au Nord, une barre de hauteurs plus considérables, d'aspect plus sauvage, et de relief plus brutal, où l'on reconnaît les formes du terrain des montagnes siluro-cambriennes. Cette barre donne l'impression de reposer sur la plaine dévonienne dont elle se sépare à l'œil à distance, sur une très grande étendue, par une ligne horizontale; de fait, cette barre n'est autre chose qu'un lambeau, conservé par l'érosion, de la nappe siluro-cambrienne superposée à la nappe dévonienne; c'est le massif étroit signalé plus haut.

En résumé, la dépression du Guadiato est due à la structure tectonique

de cette partie de la Sierra Morena, qui rappelle celle du bassin houiller franco-belge. L'aspect physique traduit la structure géologique ainsi que la variation de faciès du Houiller; elle se complique en outre de témoins de deux nappes de charriage, véritables massifs exotiques semés sur la plaine, et qui donnent à cette région une physionomie spéciale et inattendue.

PALÉONTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Découverte du genre* Plinthiotheca *Zeiller dans le Westphalien du nord de la France.* Note de M. **Alfred Carpentier**, présentée par M. G. Bonnier.

Sous le nom de *Plinthiotheca*, René Zeiller a désigné un limbe elliptique, très épais, probablement pelté, couvert sur toute sa surface de capsules longues de 1^{mm} à $1^{mm},5$ et réunies par quatre en groupes contigus à contour carré [1]. L'échantillon unique provient de l'étage des Caradons, *Westphalien supérieur* du bassin houiller d'Héraclée (Asie Mineure).

Nous avons récemment découvert un limbe fertile de même genre à la fosse n° 9 des mines de Béthune (Pas-de-Calais), sur une plaque schisteuse où gisent de nombreuses folioles du *Linopteris obliqua* Bunbury sp. Ce microsporophylle, de forme elliptique, mesure 21^{mm} de longueur sur 11^{mm} de largeur; les microsporanges, groupés par quatre, longs de 1^{mm} au moins, offrent une ligne médiane correspondant sans doute à la ligne de déhiscence; sur le pourtour du limbe, les microsporanges marginaux sont étalés vers l'extérieur. D'après nos études antérieures [2], nous avons de bonnes raisons de croire qu'il s'agit là d'un microsporophylle, en parfait état de maturité, du *Linopteris obliqua*, bien que la fréquence remarquable du *Nevropteris rarinervis* Bunb. et du *N. tenuifolia* Schloth. dans la zone supérieure du Westphalien du Pas-de-Calais, commande une certaine réserve. On sait, en effet, d'après les recherches de Grand'Eury, de M. Paul Bertrand et les nôtres, que plusieurs Névroptéridées [3] avaient pour organes staminaux des disques fibreux épais.

---

[1] R. Zeiller, *Étude sur la flore fossile du bassin houiller d'Héraclée* (*Mém. Soc. géol. de France : Paléont.*, 1899; n° 21, p. 54; pl. IV, fig. 18, 18 A).

[2] Cf. *Revue générale de Botanique*, t. 23, 1911, p. 13. — *Mém. Soc. géol. du Nord*, t. 7, II, 1913, p. 387-389.

[3] P. Bertrand, *Les fructifications de Névroptéridées recueillies dans le terrain houiller du nord de la France* (*Ann. Soc. géol. du Nord*, t. 42, p. 125-129 et 132-140). — A.-C. Seward, *Fossil plants*, III, 1917, p. 111-113.

Comme il résulte de nos études, les microsporophylles du *Nevropteris gigantea* Sternb. étaient couverts de microsporanges en groupes denses, sériés, partiellement enfouis dans l'épaisseur du limbe; les microsporanges marginaux sont généralement les seuls bien visibles sur nos spécimens, qui proviennent surtout de la fosse n° 6 des mines de Nœux (Pas-de-Calais).

Une question importante : Quelle face du limbe porte les microsporanges? L'examen de microsporophylles isolés ne peut fournir la solution. Mais M. Kidston a signalé, dans le Westphalien de Coseley, près Dudley (Staffordshire), un fragment de fronde portant des microsporophylles semblables et une pinnule de *Nevropteris* en connexion (¹). Les microsporanges recouvrent, d'après lui, la face supérieure du limbe fertile.

Par ce caractère, ces disques mâles différeraient des *Crossotheca* et des *Asterotheca* houillers dont on les a rapprochés; ils se distingueraient de même des étamines des Cycadées, qui portent sur la face dorsale les sacs polliniques, groupés en sores de trois à six. Il n'est pas sans intérêt de noter à ce sujet que chez les *Bennettitales* mésozoïques (*Cycadocephalus*, *Weltrichia*, *Williamsonia whitbiensis* Nath.) les synangiums sont situés à la face ventrale des microsporophylles, comme il résulte des belles études du regretté Nathorst, de MM. Wieland et Hamshaw Thomas.

En tout cas, les microsporophylles de ces Névroptéridées (*Linopteris obliqua*, *Nevropteris gigantea*) sont des folioles transformées, se distinguant des pinnules végétatives ordinaires par leur forme et par l'épaississement et la fibrosité remarquables de leur limbe. Les microsporanges sont groupés et occupent toute la surface des folioles fertiles à maturité.

BOTANIQUE. — *Sur des croisements de pois à cosses colorées.*

Note de M. **Jacques de Vilmorin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On sait qu'il existe des variétés de pois (à fleurs colorées) dont les cosses sont plus ou moins violacées, ou même entièrement violettes; cette coloration étant *dominante* sur le type à cosse verte.

Ce caractère « cosse violette » peut être superposé à « cosse jaune » (ce dernier caractère étant *récessif* par rapport à « cosse verte » comme Mendel

---

(¹) R. Kidston, *On the fossil flora of the Staffordshire coal fields*, Part 3. (*Trans. Roy. Soc. Edinburgh*, vol. 50, Part 1, 1914, p. 112-115, pl. VIII, fig. 1-7).

lui-même l'a montré). On obtient alors un curieux coloris rouge vif très ornemental ([1]).

Dans la descendance de divers croisements faits à Verrières, des plantes à fleurs blanches furent remarquées qui présentaient, sur leurs très jeunes cosses vertes, de faibles traces de violet; ou, lorsqu'il s'agissait de plantes à cosses jaunes, de très faibles traces de rose.

Cette coloration était d'ailleurs très fugace et disparaissait rapidement avec le développement des cosses. Sutton avait également fait la même observation.

Il s'agissait, sans aucun doute, d'un cas semblable à celui signalé pour la première fois par Lock ([2]), dans lequel des plantes à fleurs blanches possédaient des grains dont le tégument incolore montrait cependant de faibles traces de « marbrures ». La marbrure entièrement développée ne pouvant apparaître que sur des plantes à fleurs colorées. C'est ce que Lock avait appelé le *ghost* de la marbrure.

Dans le cas qui nous occupe, il paraissait donc évident que la coloration violette des cosses pouvait être transportée par les plantes à fleurs blanches, mais demandait, pour se manifester complètement, que les facteurs de pigmentation soient apportés par les plantes à fleurs colorées.

Donc, en croisant ces plantes à fleurs blanches et à cosses faiblement teintées, avec des plantes à fleurs colorées, mais à *cosses vertes,* on devait obtenir, si l'hypothèse était exacte, une première génération de plantes n'ayant *que des cosses violettes.*

C'est ce qui s'est produit. Un croisement fait en 1917 entre un pois à fleurs blanches et à jeunes cosses faiblement teintées de rose, et le *Pisum elatius* (à fleurs pourpres), mais à cosses vertes, nous a donné trois plantes, toutes trois à cosses violettes.

Un autre croisement fait la même année, mais en employant comme père une plante à fleurs colorées (roses) et cosses vertes, nous a donné une seule plante, également à fleurs colorées (pourpres) et à cosses violettes.

Par suite de la diversité des caractères apportés par les plantes croisées, la seconde génération de ces croisements a présenté, comme il fallait s'y attendre, une variation intense, aussi bien dans le coloris des cosses qui étaient, suivant les plantes, vertes, violettes ou violacées, jaunes ou rouges

---

([1]) Philippe de Vilmorin, *Présentation de pois à cosses rouges* (*Journal Soc. nat. Horticulture de France*, 1912, p. 571).

([2]) R.-H. Lock, *Recent Progress in the study of Variation, Heredity and Evolution*, 1909, p. 205.

(violet sur jaune), que dans la couleur des fleurs qui étaient soit blanches, soit colorées (pourpre), avec en outre des plantes à fleurs roses dans la descendance du second croisement.

Il y avait également des différences dans le coloris du grain à maturité qui pouvait être soit grenat marbré ou grenat uni (le *Pisum elatius* employé comme père étant à grain marbré), soit rond blanc ou blanc obscurément marbré chez les plantes à fleurs blanches (cf. Lock).

Dans le second croisement, le grain, au lieu d'être grenat uni ou marbré, était, chez les plantes à fleurs colorées, roux moucheté ou roux uni.

Tous ces caractères se présentaient en proportions évidemment mendéliennes; mais le petit nombre d'individus en seconde génération n'a pas permis l'établissement des nombres, et l'expérience n'avait d'ailleurs pour but que l'examen des plantes de première génération.

Parmi les cas nombreux où il a été constaté, à l'aide de croisements, l'existence de caractères latents ou *cryptomères*, chez les plantes et chez les animaux, on peut évidemment en rencontrer beaucoup où cette « latence » peut être reconnue par l'observation directe et se trahir, pour ainsi dire, par de légers détails. Il pouvait cependant être intéressant de signaler, après l'exemple classique de Lock (pois à grains blancs obscurément marbrés), celui des pois à fleurs blanches ayant des cosses vertes avec de très faibles traces de coloration violette.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur quelques différences sexuelles dans le squelette des membres supérieurs.* Note (¹) de M. **A.-A. Mendes-Corrêa.**

On a trouvé nombre de caractères sexuels dans les os du bassin et de la colonne lombaire et dans quelques autres parties du squelette humain. Mais on ne peut que chez les premiers établir des règles générales pour une distinction sûre du sexe. Ainsi les différences indiquées dans le crâne sont loin de permettre un degré de certitude suffisante dans la plupart des cas.

Ni les dimensions absolues, ni le poids, la robustesse, le développement des saillies osseuses, etc. suffisent souvent pour le diagnostic certain du sexe. Il faut invoquer d'autres données qui ne fournissent pas en général des résultats plus que probables.

Cependant il y a des avantages à rassembler des données sur les différents

(¹) Séance du 14 mars 1921.

os et je crois que sous ce point de vue ce sont les os des membres supérieurs qu'on a étudiés le moins.

Au cours de mes études de l'ostéométrie portugaise, j'ai trouvé quelques différences entre les moyennes masculines et celles féminines de plusieurs indices des os des membres thoraciques.

Ces études reposent sur des squelettes identifiés au point de vue du sexe, âge et provenance, et encore sur quelques douzaines d'os isolés, sûrement portugais aussi, dont j'ai cherché à établir le sexe en les comparant avec les os identifiés. Cependant j'ai distingué les moyennes déterminées sur les os identifiés de celles déterminées sur la totalité des séries, et d'autre part je ne considère pas établies les différences qui ne soient pas assez grandes en rapport à leurs écarts types [*standard deviation* (1)].

J'ai mesuré 92 clavicules, 70 omoplates, 113 humérus, 100 radius et 88 cubitus.

Dans la clavicule, c'est l'indice total de l'os (rapport centésimal du périmètre de la diaphyse à la longueur de l'os), celui ou j'ai trouvé des différences sexuelles significatives : il est en moyenne plus grand chez l'homme que chez la femme, ce qui est d'accord avec les différences de robustesse des deux sexes (2). L'indice de la courbure ne fournit pas de résultats intéressants sous ce rapport, ce qui est en opposition à l'avis de plusieurs anatomistes. Il n'y a de même pas de différences statistiquement significatives dans les indices de la diaphyse et clavio-huméral; il ne faut donc pas nous étonner de ce que mes résultats sur cet indice-ci et ceux de Hrdlicka chez les Indiens de Munsee soient en opposition avec ceux de Pasteau et de Broca chez les Blancs et les Nègres, au point de vue des différences sexuelles. Si l'on fait l'analyse de la signification statistique des

---

(1) D'après la formule

$$\Sigma = \sqrt{\frac{\sigma_1}{n_1} + \frac{\sigma_2}{n_2}},$$

où σ_1 représente l'écart type de la première série, n_1 le nombre des cas de cette série, et σ_2 et n_2 les valeurs correspondantes de la série comparée à la première.

Je crois inutile de rappeler les règles de l'application de cette formule.

J'ai calculé la valeur de σ dans chaque série d'après la formule $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}}$, où Σx^2 représente la somme des carrés des écarts individuels et n le nombre des cas de la série. Ce sont des formules bien connues des anthropologistes.

(2) Cette Note ne contient que les conclusions de mon étude. Les chiffres, trop nombreux, seront publiés dans un autre Recueil.

différences, on verra peut-être aisément qu'elles n'ont pas la valeur qu'on supposait.

Les indices de l'omoplate donnent des éléments importants, surtout les indices spino-acromial et de la cavité glénoïde. Mais l'indice scapulaire, d'accord avec les résultats de Livon, est aussi nettement plus grand en moyenne chez la femme que chez l'homme : l'omoplate masculin est plus étroit et plus long que le féminin. Quant à l'indice spino-acromial (qui établit le rapport de la largeur de l'acromion avec le développement de l'épine), on remarque son évidente supériorité en moyenne chez l'homme, ce qu'on pourra peut-être interpréter comme une conséquence de la supériorité de l'activité fonctionnelle des muscles du bras dans le sexe masculin. Enfin la cavité glénoïde est relativement plus large et plus basse chez l'homme que chez la femme, où elle est moins circulaire.

Il est vraiment curieux qu'à cette différence sexuelle de la cavité glénoïde ne réponde pas une différence sensible et parallèle dans l'indice de la section de la tête numérale. Dans l'humérus seuls les indices de robustesse et épicondylo-trochléen présentent des différences importantes. Celui-là (qui est le rapport centésimal entre le périmètre de la diaphyse et la longueur de l'humérus) exprime naturellement la supériorité physique de l'homme relativement à la femme. Par contre, l'indice épicondylo-trochléen (rapport centésimal de la largeur de la trochlée à la largeur de l'extrémité inférieure de l'os) est plus grand chez la femme que chez l'homme. Je ne peux pas interpréter cette différence de développement relatif de la trochlée dans les sexes.

Dans le radius et dans le cubitus il y a des différences sexuelles des indices de robustesse, mais elles n'ont pas une valeur statistique semblable à gauche et à droite. L'indice de la diaphyse du radius (rapport centésimal de l'épaisseur de la diaphyse à sa largeur) est un meilleur caractère sexuel : il est plus grand chez l'homme, qui a un radius plus épais et moins aplati que la femme. L'indice ante-braquial qui donne le rapport de la longueur du radius à celle de l'humérus, fournit dans la série portugaise des résultats qui sont d'accord avec les constatations des autres auteurs que le radius féminin est un peu plus court en rapport à l'humérus que le masculin. La courbure radiale à son tour est *peut-être* un peu plus accentuée chez la femme que chez l'homme.

L'indice de la diaphyse cubitale donne des résultats semblables à ceux de la diaphyse radiale : le cubitus masculin est relativement bien plus épais et moins aplati. Les résultats relatifs à l'indice de l'olécrane ne sont pas

homogènes à gauche et à droite : on remarque des différences discordantes qu'il faut soumettre à de nouvelles observations.

Mon étude se basant sur des squelettes portugais, il faudra certainement, avant la généralisation de tous mes résultats, en contrôler quelques-uns dans d'autres populations. Mais on doit le faire avec une rigoureuse analyse critique de la valeur et de la signification statistique des moyennes et des différences déterminées.

PHYSIOLOGIE. — *Propriétés physiologiques des acides nucléiques des ganglions lymphatiques et du thymus. Conditions pour obtenir un acide thymo-nucléique très actif sur le sang.* Note de M. **Doyon**, présentée par M. Charles Richet.

I. Dans des Notes antérieures j'ai indiqué les acides nucléiques de l'intestin et du pancréas comme particulièrement favorables à la préparation d'un plasma sanguin stable. Toutefois le rendement de ces organes en acide nucléique est très faible. Il en est de même pour la mamelle de la vache.

L'acide nucléique du foie est un peu soluble dans l'alcool acide, ce qui complique l'épuration et entraîne des pertes. De plus, il est nécessaire de débarrasser au préalable le foie du glycogène qu'il contient en abandonnant par exemple l'organe à l'étuve pendant quelques heures en présence de thymol. Il est aussi assez difficile de débarrasser entièrement l'acide qu'on extrait du foie de toute coloration jaune.

II. Je recommande tout particulièrement les ganglions lymphatiques du bœuf pour l'extraction d'un acide nucléique très actif sur le sang.

Il est facile de se procurer les ganglions du mésentère en abondance. Il faut enlever avec soin les membranes et la graisse qui entourent ces ganglions. On prépare l'acide suivant la méthode de Neuman [1]. On obtient un acide très blanc contenant, suivant les échantillons de provenance différente, 9,5 à 10,5 pour 100 de phosphore. Le rendement est supérieur à 1 pour 100. J'utilise cet acide de la manière habituelle : $0^{g},1$ est dissous dans un tube de centrifuge dans 5^{cm^3} de solution alcaline faible (eau distillée, 1000; chlorure de sodium, 4; carbonate de soude, 5); le tube taré est placé sur

---

[1] On additionne 1^{kg} d'organe broyé de : eau, 2^{l}; acétate de soude, 200^{cm^3}; lessive de soude, 33^{cm^3}. On chauffe pendant 2 heures au bain-marie bouillant. Filtration à chaud. On ramène au bain-marie à 500^{cm^3}. On ajoute ensuite un volume égal d'alcool à 95°. Après 24 heures, le précipité est séparé, dissous dans 500^{cm^3} d'eau. On chauffe pendant au moins une demi-heure jusqu'à précipitation complète des phosphates. On filtre à chaud. Le filtrat est additionné d'un volume égal d'alcool à 95°. Si aucun

le plateau d'une balance pour recevoir 20g de sang dérivé directement de la carotide d'un chien. Le mélange est agité vigoureusement, puis centrifugé à grande vitesse. On obtient un plasma très stable, limpide et incolore. Ce plasma ne coagule pas sous l'influence du sérum seul ou du chlorure de calcium seul. Il coagule en masse, en 2 ou 3 heures, après addition simultanée ou successive de sérum et de chlorure de calcium. La solution d'acide nucléique peut être conservée en présence de thymus pendant des semaines et peut-être indéfiniment sans perdre ses propriétés physiologiques [1].

III. Le rendement du thymus de veau en acide nucléique est supérieur à celui des autres organes. Toutefois, l'acide obtenu par la méthode de Neuman est relativement peu actif.

Pour empêcher 20g de sang de coaguler d'une manière certaine, durable et complète, il faut généralement 0,3 et même 0,4 d'acide. Cependant, en traitant non plus de grandes masses (1kg) de thymus, mais 200g à 300g, on obtient parfois un acide très actif à 0,2 pour 20g de sang, après 2 heures d'hydrolyse. D'une manière générale, on gagne peu de chose à prolonger l'hydrolyse. Pour obtenir avec certitude un acide très actif à la dose de 0,1 pour 20g de sang, il faut soumettre la glande, avant de la traiter par la méthode de Neuman, à la putréfaction. Le thymus est broyé, additionné d'eau, placé à l'étuve pendant 15 à 18 heures. L'acétate de soude et la lessive de soude ne sont ajoutés et la méthode de Neuman n'est appliquée qu'après le maintien à l'étuve. L'acide obtenu dans ces conditions contient environ 10 pour 100 de phosphore. Le rendement est un peu inférieur à 1 pour 100; il diminue encore si la putréfaction est prolongée au delà des limites indiquées. On obtient des résultats comparables, mais moins accusés en substituant à l'action de la putréfaction celle du chauffage dans l'autoclave à 110°-120° pendant 45 minutes deux fois de suite. L'acide obtenu possède à la dose de 0,1 pour 20g de sang une action très sensiblement moins durable et moins complète que celle de l'acide obtenu après putréfaction; le rendement est supérieur à 2 pour 100; la teneur en phosphore dépasse 9 pour 100 [2].

---

précipité ne se forme, on ajoute encore 2vol d'alcool contenant pour le volume total d'alcool 2 pour 100 d'acide chlorhydrique. Si l'addition de 1vol d'alcool a provoqué la formation d'un précipité, on recommence l'opération précédente. Finalement, l'acide libre est lavé à l'alcool plusieurs fois, puis à l'éther. Je substitue la centrifugation à toutes les opérations de filtration.

(1) J'emploie 4cm³ de plasma nucléaté, 10 à 15 gouttes de sérum ou d'une solution de chlorure de calcium à 10 pour 100. Le plasma additionné de sérum seul reste limpide; le plasma additionné de chlorure de calcium devient trouble, il se forme un précipité de nucléinate de chaux.

(2) J'ai montré, il y a plusieurs années, que tous les organes soumis à la dialyse chloroformique (ou à l'autoclave à 110°-120°) exsudent un liquide qui possède une action anticoagulante *in vitro*. J'ai montré que la substance active est une nucléoprotéide qui, évidemment, provient des noyaux cellulaires. Les ganglions conviennent tout particulièrement à cette recherche, ainsi qu'à l'extraction d'un acide nucléique trés actif.

ENTOMOLOGIE. — *Rôle du lapin domestique dans l'attraction et la nutrition d'* Anopheles maculipennis. Note [1] de MM. **J. Legendre** et **A. Oliveau**, présentée par M. E. Bouvier.

L'un de nous a signalé dès 1908 [2] le rôle de protection exercé à l'égard de l'homme par certains animaux domestiques sur lesquels les Anophélines aiment à se nourrir. Des constatations de même nature se retrouvent dans les publications des auteurs italiens Grassi (1901), Celli et Gasperini (1902). Les travaux récents de Roubaud ont fait ressortir l'importance de ces faits, notamment pour l'interprétation de l'Anophélisme sans paludisme en Europe [3].

Des observations, faites en mai et juin 1913 par l'un de nous [4], avaient déjà montré qu'en Saintonge *A. maculipennis*, pendant sa *période d'activité vernale*, « *recherche comme aliment le sang des mammifères, avec une préférence marquée pour le sang du lapin domestique* ».

Les recherches que nous venons de faire en Provence pendant l'automne et l'hiver 1920-1921 prouvent que, également pendant la période d'hibernation d'*A. maculipennis*, le lapin domestique exerce sur lui une attraction plus forte que les autres animaux de ferme et de basse-cour.

A Fréjus (Var), *A. maculipennis* se trouve dans les étables et basses-cours des habitations qui bordent les marais du littoral, plus ou moins abondant selon la proximité des gîtes.

En novembre et décembre (minima moyens : 2° — maxima moyens : 15°), à la ferme du Centre d'Aviation qui, outre ses 2 marins, abrite séparément : 5 équidés, 30 lapins, 10 porcs et porcelets, les anophèles sont nombreux (200 environ) dans les cages à lapins; aucun dans l'écurie, la porcherie et le logement des gardiens, malgré l'obscurité et autres conditions favorables.

Dans le pavillon des officiers et les casernes, cependant situés près d'un marais, on aperçoit rarement un anophèle.

Dans une ferme voisine, où porcs, poules et lapins logent dans la même grange, mais dans des boxes séparés, les anophèles (de 50 à 200 à chaque visite) sont tous dans la cage à lapins la plus basse et la plus obscure. Dans le poulailler, situé au-dessus des cages, rien, non plus, que chez les porcs. Les mouvements de ces animaux ou des personnes qui les soignent sont-ils la cause de cette désertion des porcheries et pou-

---

[1] Séance du 21 mars 1921.

[2] J. Legendre, *Bull. Soc. Path. exot.*, 1908, p. 227, et *Bull. Med. Chir. Indo-Chine*, 1910, p. 164.

[3] *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 483, et *Ann. Institut Pasteur*, 1920.

[4] J. Legendre, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 766.

laillers au détriment des lapinières? C'est peu probable, on approche également les lapins plusieurs fois le jour pour leur porter de la nourriture et nettoyer les cages.

Le 7 février, dans un poulailler contenant 3 poules, pas de moustique. — Dans une cage voisine où loge un seul lapin, pris 2 anophèles gorgés.

Dans une autre lapinière de deux cages superposées, l'inférieure, avec 8 lapereaux, renferme 5 anophèles, — dans l'autre, inhabitée, pas d'anophèle.

Le 15 février, à 10ʰ, dans une villa située à 50ᵐ de la ferme du Centre d'Aviation : poulailler bien protégé, pas d'anophèle; dans les cages où sont 12 lapins, on compte 6 anophèles.

Devant une autre habitation, rangée de cages à lapins face au soleil; chacune d'elles contient 2 ou 3 anophèles, dont certains ont piqué récemment. Dans le poulailler attenant aux cages et construit de même, aucun moustique.

Sur 148 anophèles récoltés les 24 et 25 février, 58, soit 39 pour 100, se sont nourris dans les deux jours précédents.

D'autres recherches nous ont toujours donné jusqu'ici (du 20 novembre au 10 mars) les mêmes résultats : *A. maculipennis toujours présents, parfois très nombreux, dans les lapinières occupées, aucun ou très rares dans les porcheries; aucun chez les gallinacés et les équidés, rares ou inexistants dans les habitations humaines*. Tous les anophèles capturés sont des ♀ non ovigères, sauf deux ou trois. Il n'a pas été trouvé un seul culicide dans les locaux explorés.

Sur trente frottis, une fois on put reconnaître des hématies de mammifères; 29 fois, le sang nettement rouge, contenu dans le tube digestif des anophèles, était dans un état de digestion rendant les globules méconnaissables.

Conclusion : Dans cette région provençale, où la *cuniculiculture* est très répandue, *A. maculipennis* en hiver ne pique pas l'homme, à l'écart duquel il se tient. Mais, malgré une vie ralentie *au cours des mois froids* : absence d'oogénèse, confinement, etc., cet anophèle *se nourrit* sur certains animaux domestiques, presque uniquement *sur le lapin*, à des intervalles à déterminer.

On ne trouve pas d'anophèle dans les lapinières inhabitées.

Pour les pays d'Europe, où l'*A. maculipennis* est très commun, la protection par le lapin est d'un grand intérêt. En outre, la ségrégation hivernale de cet insecte dans les lapinières, où il se tient toujours au plafond, rend sa destruction aisée.

Il importe donc de déterminer dans les pays à malaria, les conditions de la vie rurale qui se prêtent le mieux à la protection de l'homme, par les animaux domestiques, contre *A. maculipennis* et autres espèces infectantes.

La séance est levée à 16 heures.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier 1921 (*suite et fin*).

Observation des orages de 1919 dans les départements de la Gironde et partie de la Dordogne. Expérience des paragrêles électriques, par F. Courty. Extrait du *Bulletin de la Commission météorologique de la Gironde*, année 1919, Bordeaux, Gounouilhou, 1920; 1 fasc. 24^{cm}. (Présenté par M. J. Violle.)

Quelques notes sur la famille La Caille. Paris, Société générale d'imprimerie et d'édition; 1 fasc. 25^{cm}. (Présenté par M. Bigourdan.)

Annuario degli Istitute scientifici italiani, 1920, publié sous la direction de Silvio Pivano. Bologna, Zanichelli, 1920; 1 vol. 17^{cm}. (Présenté par M. V. Volterra.)

Bibliothèque bibliographique et documentaire; section des sciences pures et appliquées. Troisième Partie : *Astronomie, Géodésie et Géophysique*, par G. Bigourdan. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25^{cm}.

Sir Norman Lockyer : Obituary notice, par Sir Richard Gregory. Extrait de *The Nature*, 1920; 1 fasc. 18^{cm}.

La Terre avant l'Histoire. Les origines de la vie et de l'homme, par Edmond Perrier. Paris, La Renaissance du Livre, 1920; 1 fasc. 20^{cm}.

Le compas de navigation aérienne, par J. Rouch. Paris, Masson, 1921; 1 fasc. 25^{cm}.

Les progrès de la Chimie en 1919. Traduction française autorisée des *Annual Reports on the Progress of Chemistry for* 1919, vol. XIV, par André Kling. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 23^{cm}. (Présenté par M. A. Haller.)

L'Intendant Poivre, par E. Doublet. Bordeaux, Institut colonial, 1920; 1 fasc. 24^{cm}.

Mémoire sur l'équation de la diffraction, par J.-G. Pineau. Paris, Chaix, 1920; 1 fasc. 27^{cm}.

La température en Chine et à quelques stations voisines d'après des observations quotidiennes, compilées par H. Gauthier. Extrait, introduction, appendice. Changhaï, Imprimerie de la Mission catholique, 1918; 1 fasc. 31^{cm}.